离散数学样题

离散数学教研组

Table of Contents

填空题

1.集合$\{\phi, 0, \{\phi\}\}$的幂集是（　　）。

2.设G是由7个结点构成的无向完全图，则从G中删去（　　）条边可以得到一棵树。

判断题

1.设R是集合A上的二元关系，如果R不是对称的，那么R是反对称的。

2.如果一个图本身是树，那么该图的生成树是唯一的。

选择题

1.下列集合中哪些不是联结词完备集?（　　）

A. {¬,∧,∨}

B. {∧,∨}

C. {¬,∧}

D. {¬,∨}

2.下列从小到大排列的度序列中，（　　）可能是一棵正则二叉树的度序列。

A．1，1，1，1，3，3，3

B．1，1，1，1，2，2，3

C．1，1，1，1，2，3，4

D．1，1，1，1，2，3，3

简答和计算题

1.求$\neg p \to (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$的主析取范式。

2.设有向图$G = \langle V, E \rangle$如图所示，求：

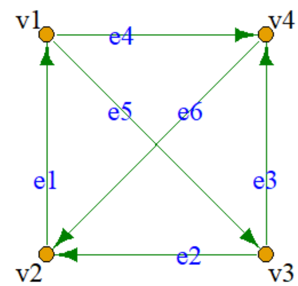
（1）G的关联矩阵，

（2）G的邻接矩阵，

（3）G的可达矩阵，

（4）从v_1到v_1长度小于等于4的回路数目，

（5）求G的强分图、单向分图和弱分图。



证明题

1.求证：

$(A \cup B) \times (A \cap B) \subseteq (A \times A) \cup (B \times B)$.

2.设S是全体形如$a + b\sqrt{17}$的数构成的集合，其中a和b是整数。试证明S关于加法构成群。

参考答案

填空题

1. $\{\phi,\{\phi\},\{0\},\{\{\phi\}\},\{\phi,0\},\{0,\{\phi\}\},\{\phi,\{\phi\}\},\{\phi,0,\{\phi\}\}\}$

2.15

判断题

1.错

2.对

选择题

1.B

2.D

简答和计算题

1.解： $\neg p \to (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$的真值表如下：

p	q	r	$\neg p$	$\neg q$	$(\neg p \wedge \neg q \wedge r)$	$\neg p \to (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1

此公式等值于$m_{001} \vee m_{100} \vee m_{101} \vee m_{110} \vee m_{111}$，所以主析取范式是:
$(\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r)$.

2.（1）G的关联矩阵是：

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

（2）G的邻接矩阵是：

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

（3）G的可达矩阵是：

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

（4）从v_1到v_1长度小于等于4的回路数目是3.

（5）求G的强分图、单向分图和弱分图都是G.

证明题

1.证明：

$$\begin{gathered} \langle x, y\rangle \in (A \cup B) \times (A \cap B) \\ \Rightarrow (x \in A \cup B) \land (y \in A \cap B) \\ \Rightarrow (x \in A \lor x \in B) \land (y \in A \land y \in B) \\ \Rightarrow (x \in A \land y \in A \land y \in B) \lor (x \in B \land y \\ \in A \land y \in B) \\ \Rightarrow (x \in A \land y \in A) \lor (x \in B \land y \in B) \\ \Rightarrow (\langle x, y\rangle \in A \times A) \lor (\langle x, y\rangle \in B \times B) \\ \Rightarrow (A \cup B) \times (A \cap B) \subseteq (A \times A) \cup (B \times B) \end{gathered}$$

证毕。

2.(1)封闭性：任取$a+b\sqrt{17},c+d\sqrt{17}\in S$，其和为$(a+c)+(b+d)\sqrt{17}$. 因为$a+c,b+d\in Z$，所以$(a+c)+(b+d)\sqrt{17}\in S$。封闭性成立。

(2)结合律：任取$a+b\sqrt{17},c+d\sqrt{17},e+f\sqrt{17}\in S$，$((a+b\sqrt{17})+(c+d\sqrt{17}))+(e+f\sqrt{17})=(a+b\sqrt{17})+((c+d\sqrt{17})+(e+f\sqrt{17}))=(a+c+e)+(b+d+f)\sqrt{17}\in S$，满足结合律。

(3)单位元：$e=0+0\sqrt{17}=0\in S$。因为任取$a+b\sqrt{17}\in S$，$(a+b\sqrt{17})+0=a+b\sqrt{17}$，$0+(a+b\sqrt{17})=a+b\sqrt{17}$。故0是单位元。

(4)每个元素都有逆元：任取$a+b\sqrt{17}\in S$，其逆元为$-a-b\sqrt{17}$，因为$(a+b\sqrt{17})+(-a-b\sqrt{17})=(-a-b\sqrt{17})+(a+b\sqrt{17})=0$。

综上，S关于复数加法构成群。命题得证。