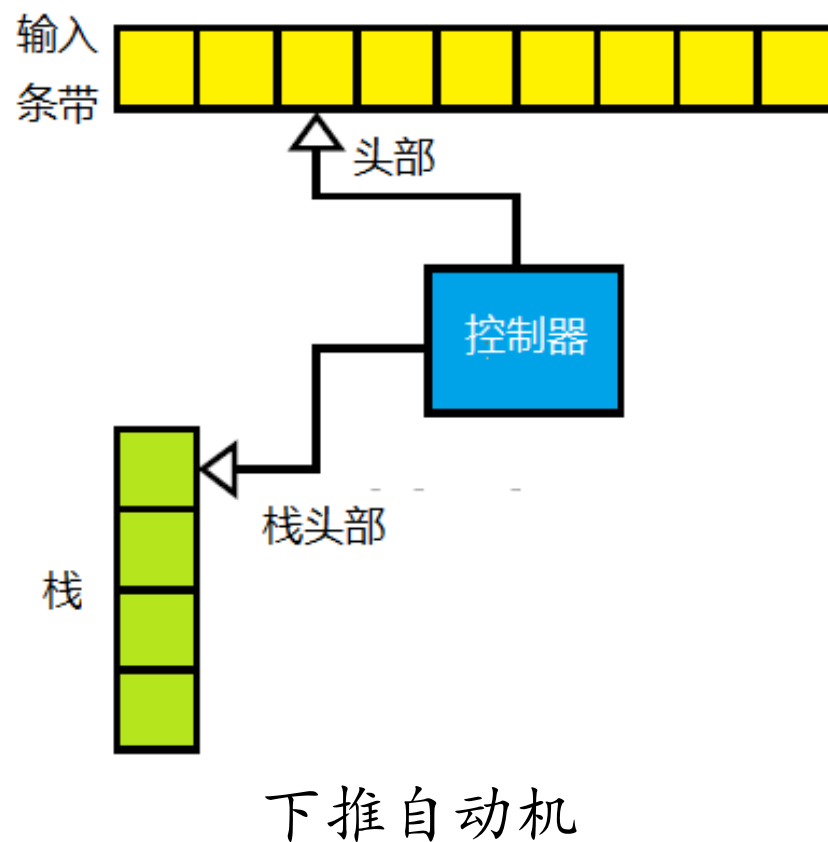




其它计算模型

- 下推自动机(Pushdown Automaton)
- random-access machine
- 算盘自动机(abacus machine, or register machine)
- λ -calculus
- 组合逻辑(combinatory logic)
- cellular automaton
- μ -recursive function
- abstract rewriting system

下推自动机(Pushdown Automaton, PDA)是一个带有下推存储器的有限自动机,下推存储器是一个栈。



下推自动机包括一个6元组 $M = (\Sigma, \Gamma, Q, \Delta, s, F)$:

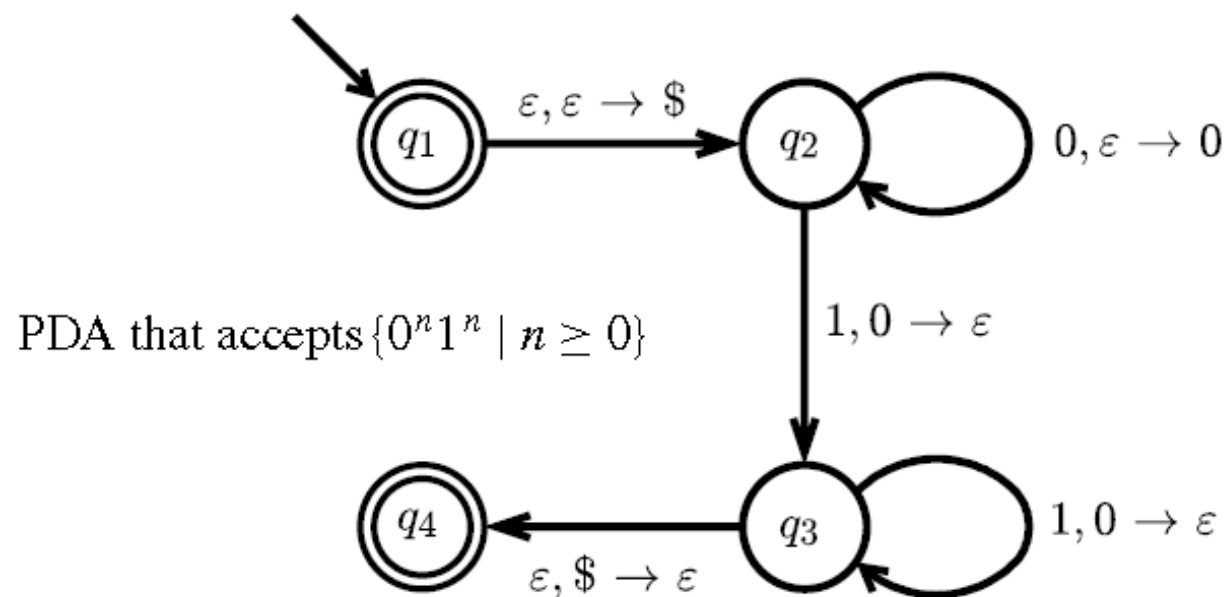
- Σ 是包含空字符 β 的条带字符集
- Γ 是包含空字符 γ 的栈字符集
- Q 是有限状态集
- $\Delta \subseteq (Q \times (\Sigma \cup \epsilon) \times (\Gamma \cup \epsilon) \times Q \times (\Gamma \cup \epsilon))$ 是状态迁移规则
- s 是初始状态
- F 是最终状态集

如果 M 的状态迁移规则是: $(p, x, y; q, z) \in \Delta$, 当前状态是 p , 条带字符是 x , 栈字符是 y , 那么 M 从栈顶取出 y , 将 z 压入栈, 进入状态 q .

如果任何时刻的迁移规则是确定的, 称该下推自动机是确定性的(deterministic), 否则称为非确定性的(nondeterministic).

如果状态迁移规则是 $(p, x, \epsilon; q, \epsilon)$, 栈的功能被忽略, PDA退化成FSM. 所以, PDA也能接受正则语言。

由于有栈的支持,下推自动机能够接受
FSM不能接受的语言。

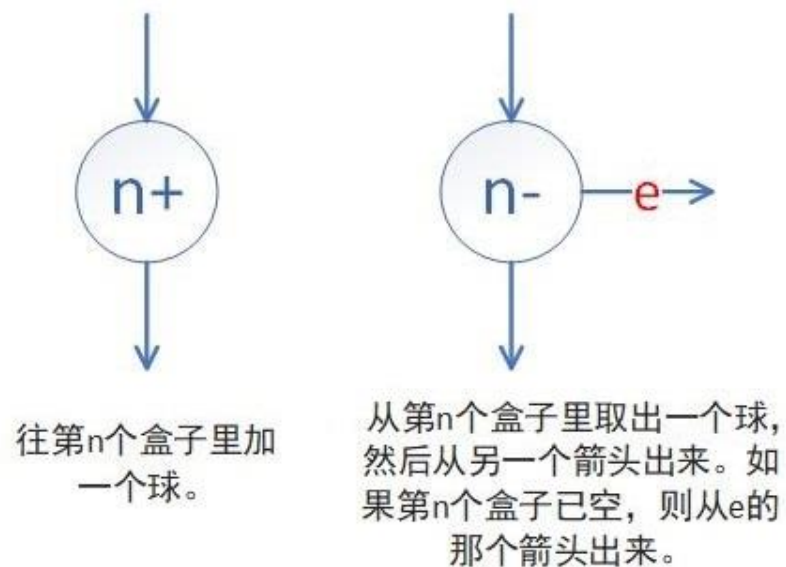


下推自动机能够接受
的语言称为上下文自
由语言(Context-Free
Languages, CFL).

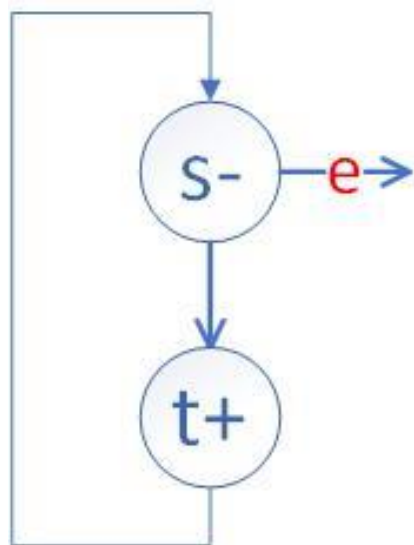
引自: Maruoka A. (2011) Pushdown Automata. In: Concise Guide
to Computation Theory. Springer, London.

这里逗号后面的 $x \rightarrow y$ 表示从栈顶取走 x ,压入 y .

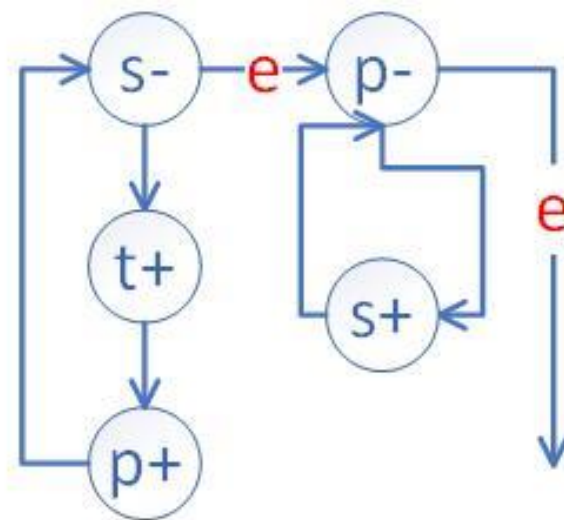
算盘机(Abacus Machine)是以算盘为基础的计算模型。



算盘机模型

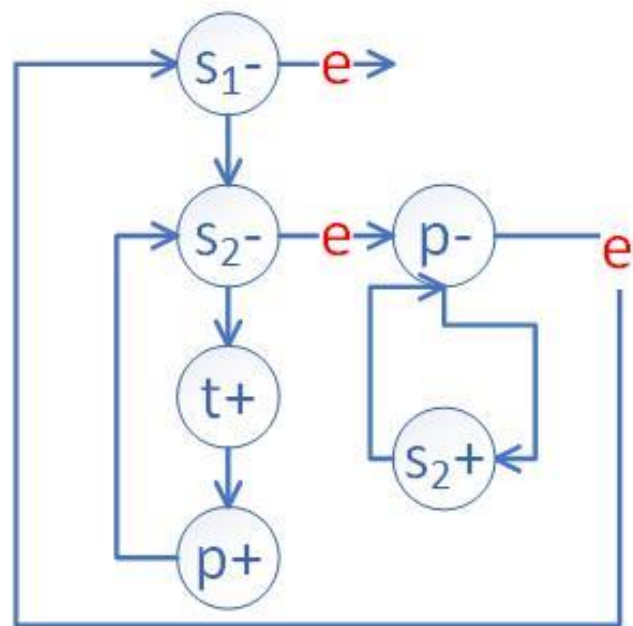


从一个盒子将球
搬到另一个盒子



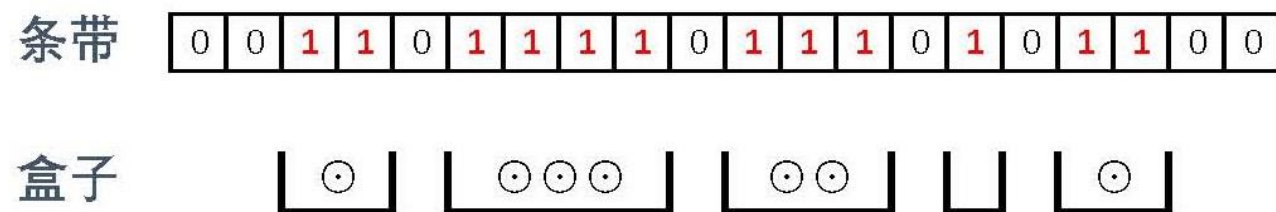
实现一个加法(p 的初值为0)

实现加法 $s+t$,结果在变量 t 中



实现一个乘法(p 和 t 的初值均为0)

实现乘法 $t = s_1 \times s_2$



一个有趣的事情是用图灵机去模拟算盘机,上图是算盘机的盒子与图灵机的条带之间的对应关系。用图灵机来模拟 $n+$ 操作,即:往第 n 个盒子里增加1个球,这里不妨假设 $n=3$.



模拟算盘机的图灵机设计

当前状态	当前符号	新状态	新符号	移动方向
1	0	2	1	1
1	1	2	1	1
2	0	3	0	1
2	1	2	1	1
3	0	4	1	1
3	1	4	1	1
4	0	5	0	1
4	1	4	1	1
5	0	6	1	1
5	1	6	1	1
6	0	8	1	1
6	1	6	1	1

当前状态	当前符号	新状态	新符号	移动方向
7	1	8	1	1
8	0	9	0	-1
8	1	11	0	1
9	0	10	0	-1
9	1	9	1	-1
10	0	13	0	1
10	1	9	1	-1
11	0	8	1	1
11	1	11	1	1
12	0	11	0	1
13	0	14	0	1

运行结果:

- 00110111101110101100-s-1-h-3
- 00110111101110101100-s-2-h-4
- 00110111101110101100-s-2-h-5
- 00110111101110101100-s-3-h-6
- 00110111101110101100-s-4-h-7
- 00110111101110101100-s-4-h-8
- 00110111101110101100-s-4-h-9
- 00110111101110101100-s-4-h-10
- 00110111101110101100-s-5-h-11
- 00110111101110101100-s-6-h-12
- 00110111101110101100-s-6-h-13
- 00110111101110101100-s-6-h-14
- 00110111101111101100-s-8-h-15
- 0110111101111001100-s-11-h-16
- 00110111101111011100-s-8-h-17
- 0110111101111010100-s-11-h-18
- 0110111101111010100-s-11-h-19
- 00110111101111010110-s-8-h-20
- 00110111101111010110-s-9-h-19
- 00110111101111010110-s-9-h-18

- 00110111101111010110-s-9-h-17
- 0110111101111010110-s-10-h-16
- 00110111101111010110-s-9-h-15
- 0110111101111010110-s-10-h-14
- 00110111101111010110-s-9-h-13
- 00110111101111010110-s-9-h-12
- 00110111101111010110-s-9-h-11
- 00110111101111010110-s-9-h-10
- 00110111101111010110-s-10-h-9
- 00110111101111010110-s-9-h-8

- 00110111101111010110-s-9-h-7
- 00110111101111010110-s-9-h-6
- 00110111101111010110-s-9-h-5
- 00110111101111010110-s-10-h-4
- 00110111101111010110-s-9-h-3
- 00110111101111010110-s-9-h-2
- 00110111101111010110-s-10-h-1
- 00110111101111010110-s-13-h-2
- 00110111101111010110-s-14-h-3

最终停止在状态：

- 00110111101111010110-s-14-h-3

对比初始状态：

- 001101111011110101100-s-1-h-3

往第3个盒子里增加一个球已模拟成功。

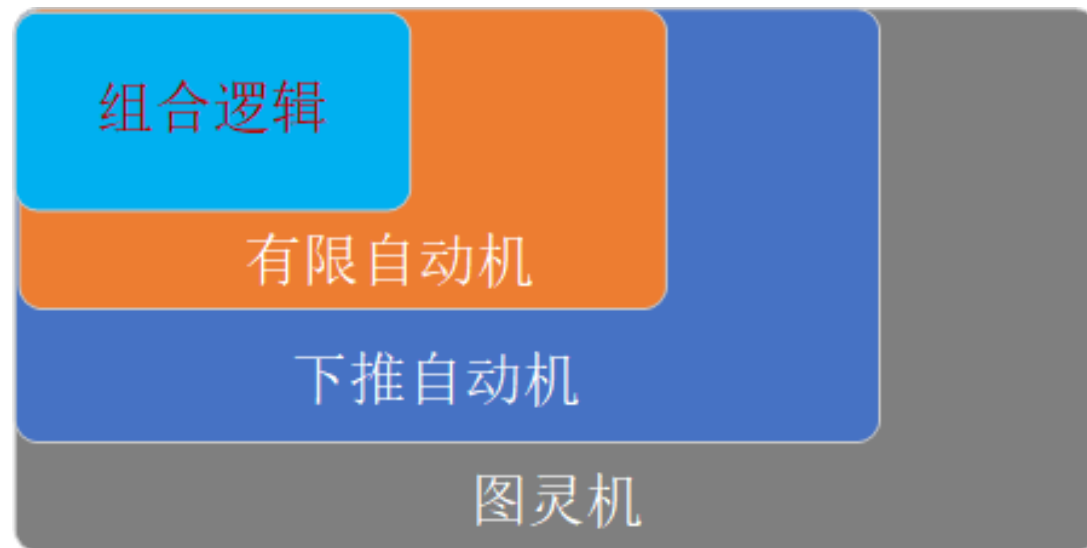
感兴趣的同学,可以再验证一下以下初始状态的运行结果：

- 001101110110101100-s-1-h-3

算盘机能够实现图灵机能实现的加法和乘法等运算。

图灵机能够实现算盘机能实现的盒子加法和减法。

算盘机与图灵机的计算能力相当。



计算模型的层次